

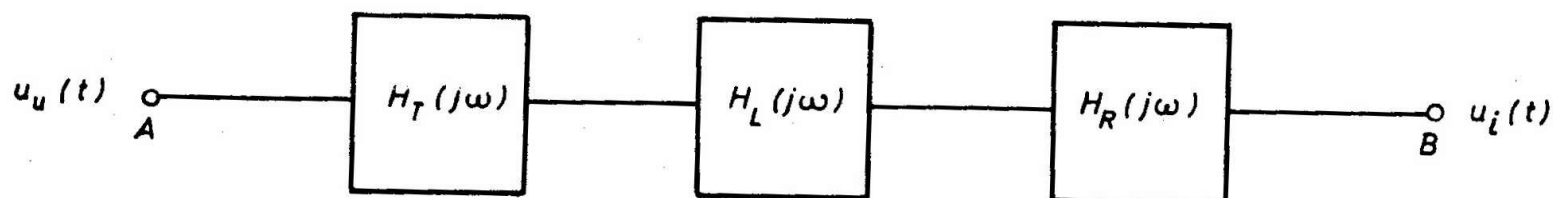
Digitalni signali (nastavak)

- ❑ Prenos bez ISI u realnim sistemima
- ❑ Prvi Nyquistov kriterijum
- ❑ Sistemi koji zadovoljavaju prvi Nyquistov kriterijum
 - Idealni sistem
 - Nyquistovi slučajevi
 - Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem
- ❑ Drugi Nyquistov kriterijum
- ❑ Opšti oblik standardnog signala
- ❑ Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka
- ❑ Transferzalni filter

Digitalni signali

Prenos bez ISI u realnim sistemima

- ❑ Idealni sistemi fizički ne postoje
- ❑ Jednostavna eliminacija ISI podešavanjem signalizacionog intervala propusnom opsegu filtra se ne može realizovati
- ❑ *Nyquist*-ovi kriterijumi preciziraju uslove koje treba da zadovolje sistemi za prenos signala u osnovnom opsegu učestanosti kako bi se izbjegla pojava intersimbolske interferencije.
- ❑ Sistem od tačke A do B u realnom slučaju ima tri dijela:
 - 1. Predajni filter (prenosne funkcije $H_T(j\omega)$)
 - 2. Linija veze (prenosne funkcije $H_L(j\omega)$)
 - 3. Prijemni filter (prenosne funkcije $H_R(j\omega)$)

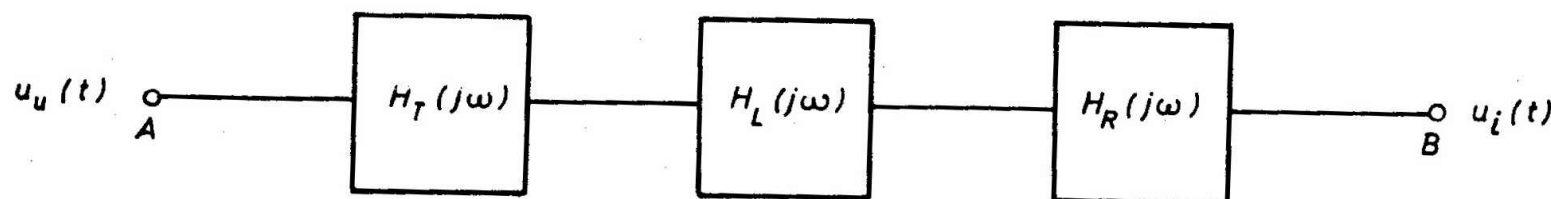


Digitalni signali

Prenos bez ISI u realnim sistemima

□ Digitalni signal možemo predstaviti kao
$$u_u(t) = \sum_{k=-N}^N a_k x(t - kT)$$

- $x(t)$ je standardni signal (impuls u jednom signalizacionom intervalu)
- Riječ je o povorci od $2N+1$ elemenata, trajanje signalizacionog intervala je $T=1/f_s$, a_k je vrijednost značajnog parametra u k -tom signalizacionom intervalu, i u slučaju M -arnog signala može da ima jednu od M mogućih vrijednosti.
- To je standardni oblik impulsa koji predajnik šalje kada je $a_0=1$, dok su sve ostale vrijednosti $a_k=0$, tj. takav oblik signala koji opisuje impuls u jednom signalizacionom intervalu.

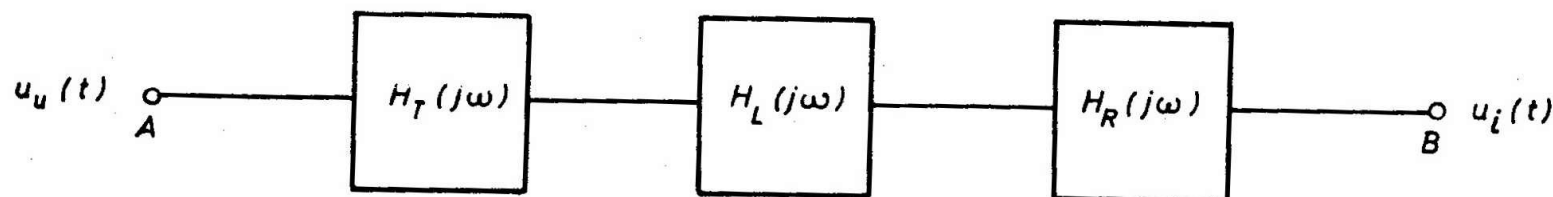


Digitalni signali

Prenos bez ISI u realnim sistemima

- *Fourier*-ova transformacija ulaznog signala $U_u(j\omega) = F\{u_u(t)\}$
 - *Fourier*-ova transformacija izlaznog signala $U_i(j\omega) = F\{u_i(t)\}$
- $$U_i(j\omega) = H_T(j\omega) H_L(j\omega) H_R(j\omega) U_u(j\omega) = H(j\omega) U_u(j\omega)$$

$$u_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) U_u(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$



Digitalni signali

Prenos bez ISI u realnim sistemima

$$u_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) U_u(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

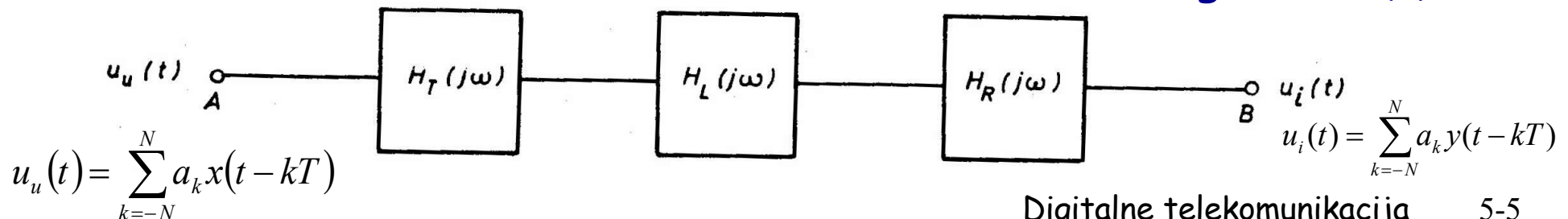
$$U_u(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_u(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-N}^N a_k x(t-kT) e^{-j\omega t} dt = \sum_{k=-N}^N a_k X(j\omega) e^{-j\omega kT}$$

$$u_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) \sum_{k=-N}^N a_k X(j\omega) e^{-j\omega kT} e^{j\omega t} d\omega = \sum_{k=-N}^N a_k \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) X(j\omega) e^{j\omega(t-kT)} d\omega$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) X(j\omega) e^{j\omega(t-kT)} d\omega = y(t-kT)$$

$$u_i(t) = \sum_{k=-N}^N a_k y(t-kT)$$

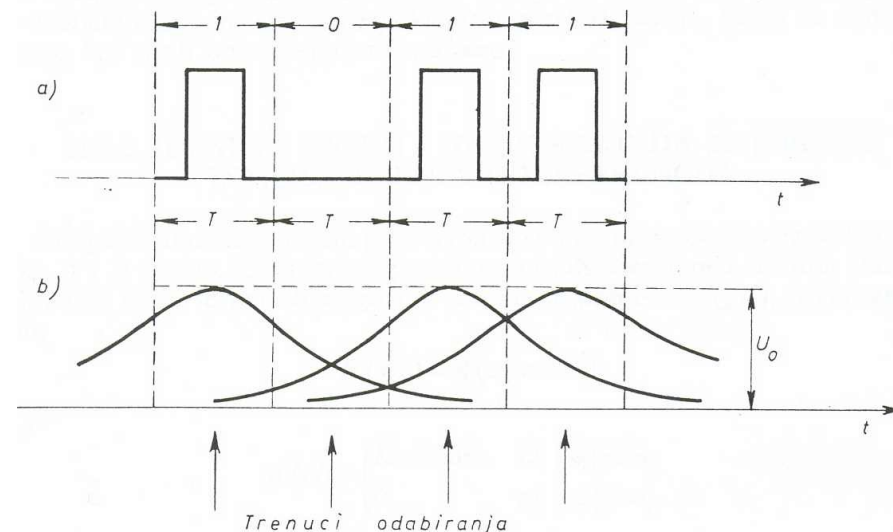
y(t) odziv
sistema na
pobudu
standardnim
signalom $x(t)$.



Digitalni signali

Prenos bez ISI u realnim sistemima

- ❑ Signal $u_i(t)$ dolazi na sklop za odlučivanje
- ❑ Zavisi od standardnog odziva $y(t)$
- ❑ Njegov oblik treba podesiti tako da u trenucima odlučivanja nema ISI
- ❑ Cilj je da značajni parametar digitalnog signala $u_i(t)$ u složenoj funkciji u jednom određenom signalizacionom intervalu bude potpuno nezavisan od onoga što se dešava u ostalim signalizacionim intervalima.



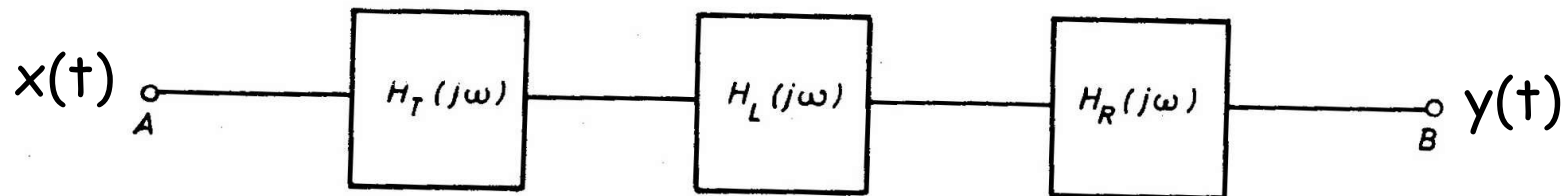
Digitalni signali

Prenos bez ISI u realnim sistemima

- Fourierovu transformacija funkcije $y(t)$ se označava sa $Y(j\omega)$:

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) = H_T(j\omega)H_L(j\omega)H_R(j\omega)X(j\omega)$$

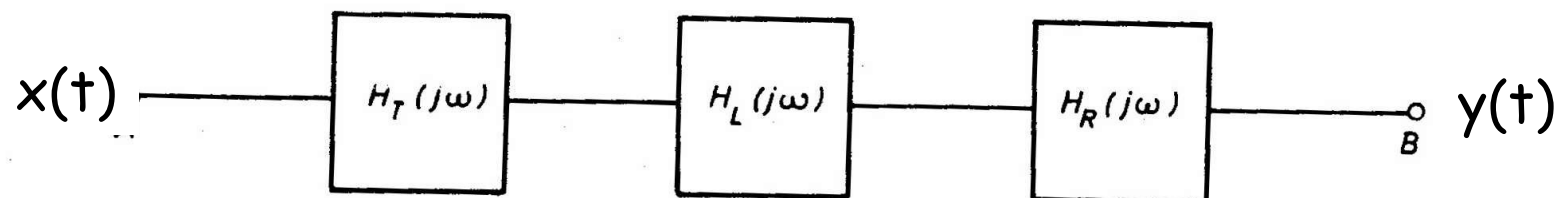
- Funkcija $X(j\omega)$ vezana je za proces generisanja standardnog digitalnog signala na strani predaje i na nju se može uticati do izvjesnih granica.
- Funkcija prenosa linijskog dijela sistema $H_L(j\omega)$ praktično je uvijek zadata i ona se prktično ne može mijenjati.



Digitalni signali

Prenos bez ISI u realnim sistemima

- Ali, se mogu projektovati filtri, tj može se uticati na funkciju prenosa predajnog filtra $H_T(j\omega)$ i na funkciju prenosa prijemnog filtra $H_R(j\omega)$ tako da se dobije funkcija $Y(j\omega)$ čija će inverzna Fourierova transformacija $y(t)$ obezbijediti odsustvo intersimbolske interferencije.
- Ova dva filtra se često nazivaju *filtrima za oblikovanje impulsa*, i određuju se na osnovu Nyquistovih kriterijuma.



Digitalni signali

Prenos bez ISI u realnim sistemima

- Postoje 3 različita Nyquistova kriterijuma, u zavisnosti od tog šta se uzima kao značajni parametar signala:
 - Prvi Nyquistov kriterijum koji se odnosi se na prenos digitalnih signala kod kojih se odluka na prijemu donosi na osnovu *amplituda* odbiraka uzetih u sredini signalizacionih intervala.
 - Drugi Nyquistov kriterijum koji definiše uslove za sisteme u kojima je za tačan prenos potrebno da ne dođe do promjene *trajanja* značajnog stanja signala.
 - Treći Nyquistov kriterijum govori o mogućnosti da se izbjegne ISI u sistemima u kojima se kao značajni parametar signala odabere površina koju signal obuhvata u jednom signalizacionom intervalu. Ova situacija se rijetko koristi i ima više teorijski nego praktični značaj.

Digitalni signali

Prvi Nyquistov kriterijum

- ❑ Prvi Nyquistov kriterijum se odnosi na prenos digitalnih signala kod kojih se odluka na prijemu donosi na osnovu amplituda odbiraka uzetih u sredini signalizacionih intervala.
- ❑ Taj kriterijum kaže da u ovakvom sistemu prenosa neće doći do ISI ako standardni odziv $y(t)$ zadovoljava uslov da je $y(0)=y_0$, gdje je y_0 konstanta različita od 0, i ako su sve vrijednosti $y(mT)$ ravne nuli, gde je m bilo koji pozitivan ili negativan cio broj, a T trajanje signalizacionog intervala.

Digitalni signali

Prvi Nyquistov kriterijum

- Analitički izraz za prvi Nyquistov kriterijum bi bio:

$$y(mT) = y_0 \delta_{m0}, \text{ gdje je } \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad \text{Kronecker-ova delta}$$

$$u_i(mT) = \sum_{k=-N}^N a_k y[(m-k)T] = y_0 \sum_{k=-N}^N a_k \delta_{m-k,0}$$

$$u_i(mT) = y_0 (a_{-N} \delta_{m+N,0} + \cdots + a_m \delta_{m-m,0} + \cdots + a_N \delta_{m-N,0})$$

$$u_i(mT) = a_m y_0 = a_m y(0)$$

- vrijednost primljenog signala u m -tom trenutku odabiranja zavisi samo od onoga što je u tom signalizacionom intervalu bilo poslato od predajnika (ISI je jednaka nuli) ukoliko standardni odziv zadovoljava uslov koji definiše prvi Nyquistov kriterijum.

Digitalni signali

Prvi Nyquistov kriterijum

- Polazeći od formulacije Nyquistovog kriterijuma u domenu vremena, može se odrediti i odgovarajuća forma u domenu učestanosti kako bi se definisao uslov koji treba da zadovolji funkcija prenosa sistema kako ne bi došlo do ISI.

$$y(mT) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) e^{j\omega mT} d\omega$$
$$y(mT) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} e^{j\frac{2\pi m}{\omega_s}\omega} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y[j(\omega + n\omega_s)] d\omega$$
$$\omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

Digitalni signali

Prvi Nyquistov kriterijum

$$y(mT) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} e^{j\frac{2\pi m}{\omega_s}\omega} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y[j(\omega + n\omega_s)] d\omega$$

- Kako bi bio ispunjen Prvi Nyquistov kriterijum, tj. $y(mT) = y_0\delta_{m,0}$,

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Y[j(\omega + n\omega_s)] = \frac{2\pi}{\omega_s} y_0 = Ty_0$$

- Ovo je formulacija Prvog Nyquistovog kriterijuma u domenu učestanosti.
- Tada je:

$$y(mT) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} e^{j\frac{2\pi m}{\omega_s}\omega} \frac{2\pi}{\omega_s'} y_0 d\omega = y_0 \frac{\sin m\pi}{m\pi} = y_0\delta_{m0}$$

Digitalni signali

Prvi Nyquistov kriterijum

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) = H_T(j\omega)H_L(j\omega)H_R(j\omega)X(j\omega)$$

- Ako je standardni signal koji predstavlja digitalni signal u jednom signalizacionom intervalu delta impuls ($x(t)=\delta(t)$), tada je

$$Y(j\omega) = H(j\omega) = A(\omega)e^{j\chi(\omega)}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Y[j(\omega + n\omega_s)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega + n\omega_s)e^{j\chi(\omega + n\omega_s)} = \frac{2\pi}{\omega_s} y_0 = Ty_0 = K, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

Ako se razdvoje realni i imaginarni dio, dolazi se do uslova:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega + n\omega_s) \cos \chi(\omega + n\omega_s) = K, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega + n\omega_s) \sin \chi(\omega + n\omega_s) = 0, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

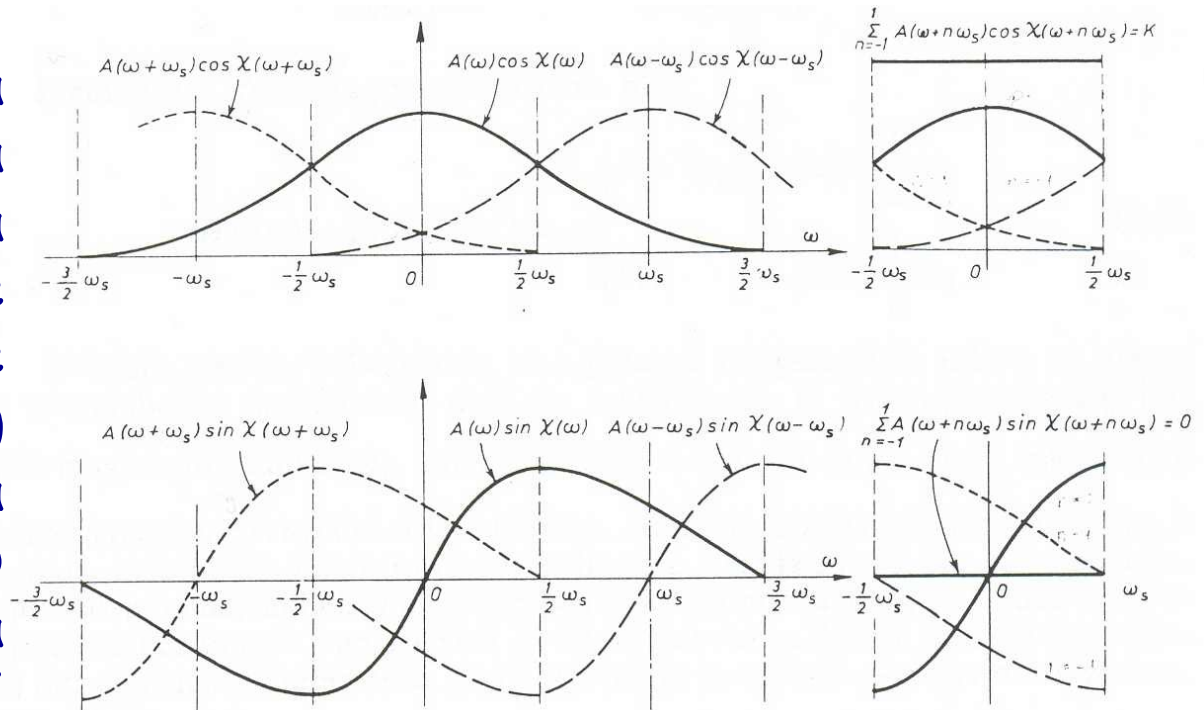
Digitalni signali

Prvi Nyquistov kriterijum

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega + n\omega_s) \cos \chi(\omega + n\omega_s) = K, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega + n\omega_s) \sin \chi(\omega + n\omega_s) = 0, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

Ovaj set uslova mora da zadovoljavaju amplitudska i fazna karakteristika sistema za prenos da ne dođe do intersimbolske interferencije. Na slici a) je ilustrovan realni dio, a na b) imaginarni dio funkcije prenosa sistema koji zadovoljava prvi Nyquistov kriterijum.



Digitalni signali

Prvi Nyquistov kriterijum

Sistemi koji zadovoljavaju prvi Nyquistov kriterijum

1. Idealni sistem

□ Amplitudska i fazna karakteristika

$$A(\omega) = \begin{cases} A(\omega), & |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2} = \omega_c \\ 0, & |\omega| > \frac{\omega_s}{2} \end{cases} \quad \chi(\omega) = \begin{cases} \chi(\omega), & |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2} = \omega_c \\ 0, & |\omega| > \frac{\omega_s}{2} \end{cases}$$

Pošto je ovako definisana funkcija prenosa različita od 0 samo u intervalu $-\omega_s/2 \leq \omega \leq \omega_s/2$, sume Nyquistovo kriterijuma će imati po jedan član i svešće se na

$$A(\omega) \cos \chi(\omega) = K, \text{ i } A(\omega) \sin \chi(\omega) = 0, \quad |\omega| \leq \frac{1}{2} \omega_s$$

$$A(\omega) = K = y_0, \text{ i } \chi(\omega) = 0, \quad |\omega| \leq \frac{1}{2} \omega_s$$

Digitalni signali

Prvi Nyquistov kriterijum

- Na osnovu toga je jasno da je funkcija prenosa sistema u opsegu učestanosti $-\omega_s/2 \leq \omega \leq \omega_s/2$ koja zadovoljava Prvi Nyquistov kriterijum oblika:

$$H(j\omega) = A(\omega) = \begin{cases} K = Ty_0, & |\omega| \leq \frac{1}{2} \omega_s \\ 0, & |\omega| \geq \frac{1}{2} \omega_s \end{cases}$$

- Uočava se da je sistem prenosa koji ima minimalni propusni opseg, i u kome nema intersimbolske interferencije, idealni sistem prenosa koji ima više teorijski nego praktični značaj.
- Sistemi koji zadovoljavaju Nyquistov kriterijum i mogu se fizički realizovati (na račun proširenja propusnog opsega za najviše dva puta) nazivaju se *Nyquistovi slučajevi*. Takvih sistema je beskonačno mnogo.

Digitalni signali

Nyquistovi slučajevi (Prvi Nyquistov kriterijum)

- Riječ je o sistemima propusnicima niskih učestanosti kod kojih je propusni opseg proširen u odnosu na idealan sistem. Kod takvih sistema je:

$$A(\omega) = \begin{cases} A(\omega), & |\omega| \leq \omega_g \\ 0, & |\omega| > \omega_g \end{cases}, \quad \frac{1}{2} \omega_s \leq \omega_g \leq \omega_s$$

- Ograničenje u realizaciji ovakvih sistema se ogleda u tome da se minimalni propusni opseg (slučaj idealnog sistema) može proširiti najviše za 100%.
- Amplitudska i fazna karakteristika ovakvog realnog sistema zadovoljavaju uslove:

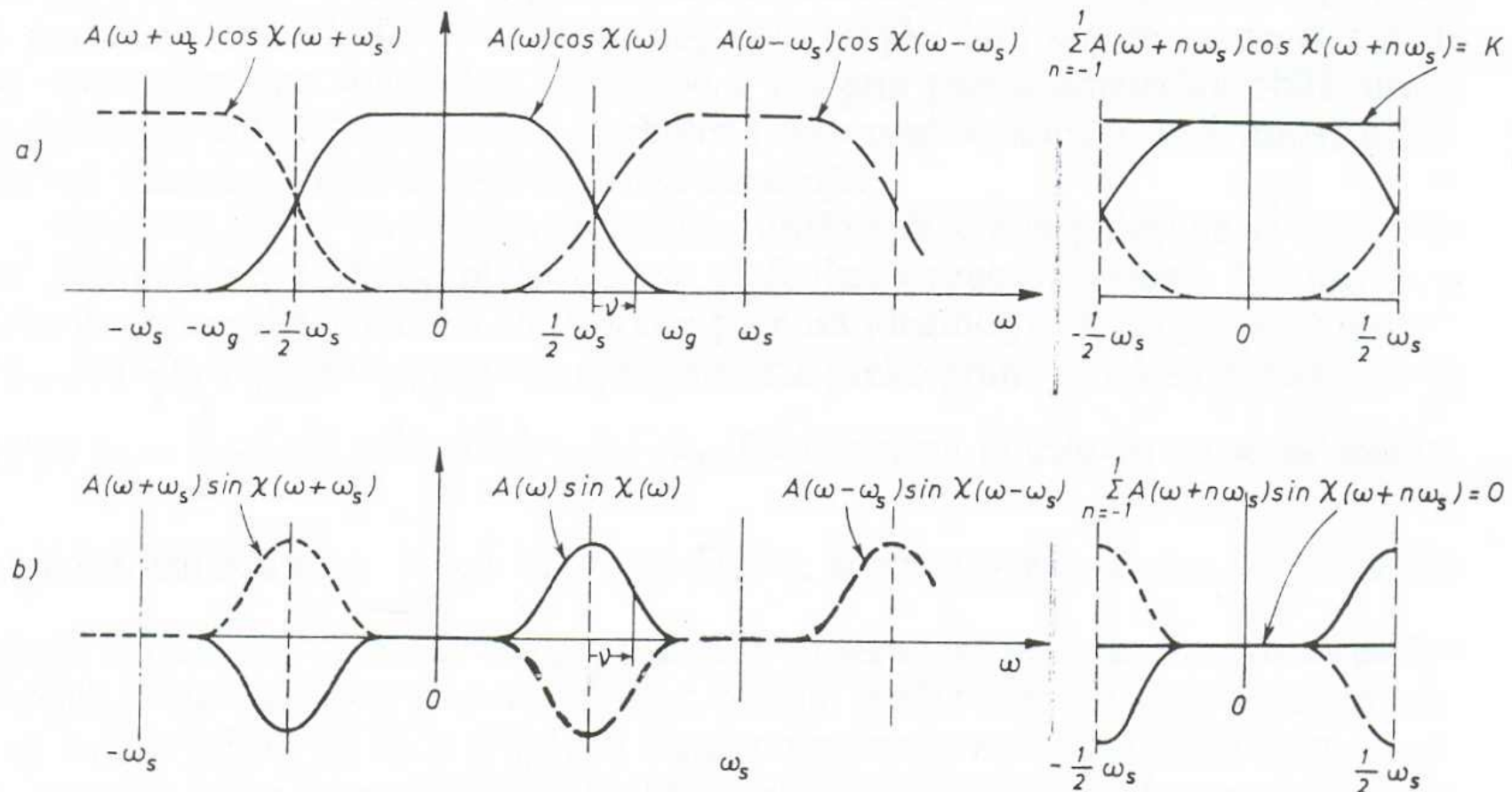
$$A(\omega) \cos \chi(\omega) + A(\omega - \omega_s) \cos \chi(\omega - \omega_s) = K, \quad 0 \leq \omega \leq \frac{1}{2} \omega_s$$

$$A(\omega) \sin \chi(\omega) + A(\omega - \omega_s) \sin \chi(\omega - \omega_s) = 0, \quad 0 \leq \omega \leq \frac{1}{2} \omega_s$$

Digitalni signali

Nyquistovi slučajevi (Prvi Nyquistov kriterijum)

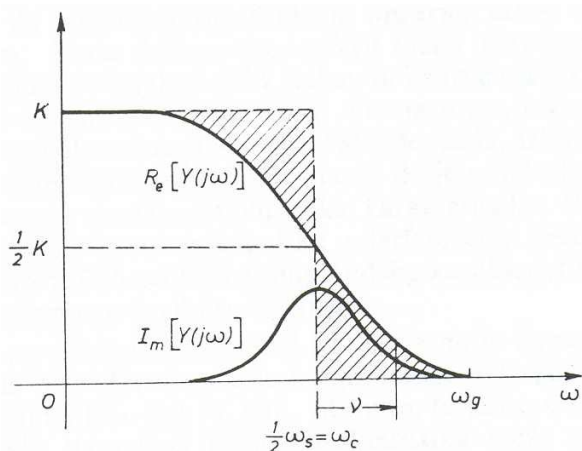
- Realni i imaginarni dio funkcije prenosa imaju oblik kao na slici:



Digitalni signali

Nyquistovi slučajevi (Prvi Nyquistov kriterijum)

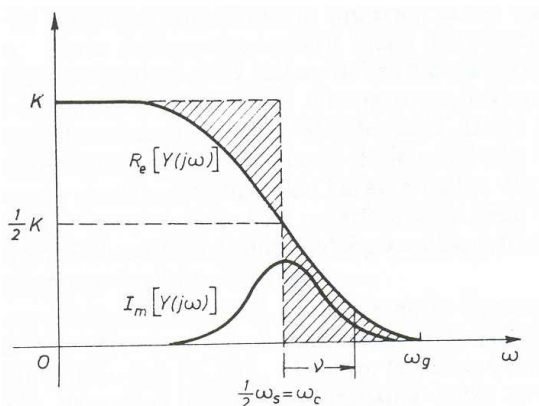
- Ako se sa prethodnih slika uzme samo jedan detalj može se zaključiti sledeće:
 - realni i imaginarni dio funkcije prenosa imaju određenu simetriju.
 - realni dio može da se shvati kao da je sastavljen iz dva dijela:
 - iz pravougaonog oblika, prikazanog isprekidanom linijom, i
 - zaobljenog oblika, koji je neparno simetričan u odnosu na tačku $(\omega_s/2, K/2)$.
 - zaobljena kriva linija definiše osjenčenu površinu koja se oduzima od pravougaonog oblika i dodaje iznad učestanosti $\omega_c = \omega_s/2$ kako bi se dobio realni dio funkcije prenosa.
 - imaginarni dio funkcije prenosa je parno simetričan u odnosu na pravu $\omega = \omega_c = \omega_s/2$.



Digitalni signali

Nyquistovi slučajevi (Prvi Nyquistov kriterijum)

- ❑ Kako je $\omega_s/2 = \omega_c \leq \omega_g \leq \omega_s = 2\omega_c$, Nyquist je zaključio da je moguće napraviti bezbroj funkcija prenosa koje obezbeđuju prenos bez ISI.
- ❑ Pri tome je definisao *Nyquistove uslove simetrije* koje te funkcije prenosa moraju zadovoljavati:
 - Ako se pođe od idealnog sistema prenosa za koji je realni dio $\text{Re}[H(j\omega)]$ dat pravougaonim oblikom, a imaginarni dio $\text{Im}[H(j\omega)]$ je 0, i doda li se prvom neparno simetrično zaobljenje u odnosu na tačku $(\omega_s/2, K/2)$, a drugom parno simetričan oblik u odnosu na pravu $\omega = \omega_c = \omega_s/2$, uslovi za prenos bez interferencije među simbolima (Prvi Nyquistov kriterijum) biće uvijek ispunjeni.



Digitalni signali

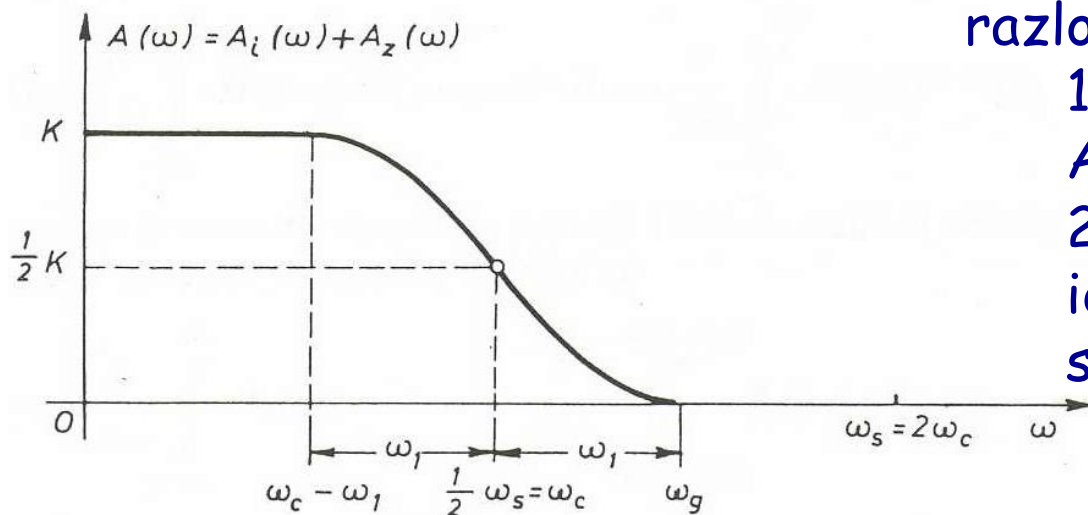
Primjeri Nyquistovih sistema za prenos (Prvi Nyquistov kriterijum)

Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem

- ❑ fazna funkcija ravna nuli ($\chi(\omega)=0$, tj. nema kašnjenja),
- ❑ amplitudska karakteristika ima opšti oblik kao na slici. Idealnom sistemu prenosa je dodato *neparno* zaobljenje i to po zakonu kosinusa.
- ❑ Potrebno je pronaći odziv takvog sistema na pobudu u vidu delta impulsa ($x(t)=\delta(t)$).

Pretpostavljena amplitudska karakteristika $A(\omega)$ može da se razloži na dvije karakteristike:

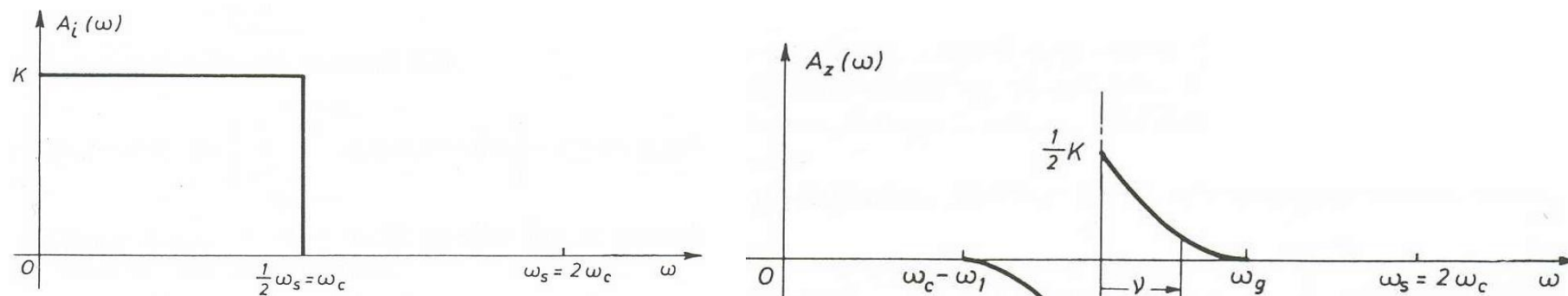
1. Idealni dio sistema označen sa $A_i(\omega)=K$
2. Izobličenje u odnosu na idealnu karakteristiku označeno sa $A_z(\omega)$



Digitalni signali

Primjeri Nyquistovih sistema za prenos (Prvi Nyquistov kriterijum)

Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem



$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} A_i(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-(\omega_c + \omega_1)}^{-(\omega_c - \omega_1)} A_z(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_c - \omega_1}^{\omega_c + \omega_1} A_z(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} A_i(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \text{Re} \left[\frac{1}{\pi} \int_{\omega_c - \omega_1}^{\omega_c + \omega_1} A_z(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right] = y_i(t) + y_z(t)$$

Digitalni signali

Primjeri Nyquistovih sistema za prenos (Prvi Nyquistov kriterijum)

Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem

- ❑ Odziv se sastoji od dvije komponente. Jedna je posljedica idealnog dijela karakteristike prenosa, a druga je od zaobljenja.
- ❑ Kako je $A_i(\omega)=K$, to je odziv na idealni dio prenosne karakteristike sistema:

$$y_i(t) = K \frac{2\omega_s}{2\pi} \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} = \frac{K}{T} \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} = y_0 \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t}$$

- ❑ Komponenta odziva koja potiče od zaobljenja karakteristike je:

$$y_z(t) = \text{Re} \left[\frac{1}{\pi} \int_{\omega_c - \omega_1}^{\omega_c} A_z(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_{\omega_c}^{\omega_c + \omega_1} A_z(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right]$$

Digitalni signali

Primjeri Nyquistovih sistema za prenos (Prvi Nyquistov kriterijum)

Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem

- Posmatrana funkcija zadovoljava Nyquistov kriterijum simetrije, tj. zaobljenje je neparno simetrično, pa važi da je:

$$A_z(\omega_c - \nu) = -A_z(\omega_c + \nu)$$

- Odavde se dobija da je:

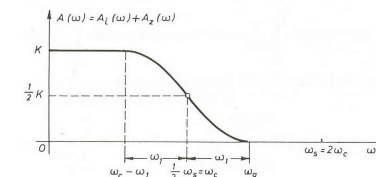
$$y_z(t) = \frac{2}{\pi} \sin \omega_c t \int_0^{\omega_1} A_z(\omega_c - \nu) \sin \nu t d\nu$$

$$y(t) = y_i(t) + y_z(t) = \frac{K}{T} \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} + \frac{2}{\pi} \sin \omega_c t \int_0^{\omega_1} A_z(\omega_c - \nu) \sin \nu t d\nu$$

Digitalni signali

Primjeri Nyquistovih sistema za prenos (Prvi Nyquistov kriterijum)

Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem



□ Ako se pretpostavi kosinusoidalno zaobljenje tako da je:

$$A_z(\omega) = K \begin{cases} -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} \frac{|\omega| - \omega_c}{\omega_1}, & \omega_c - \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_c \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} \frac{|\omega| - \omega_c}{\omega_1}, & \omega_c \leq |\omega| \leq \omega_c + \omega_1 \end{cases}$$

□ Ukupna prenosna funkcija je:

$$A(\omega) = K \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_c - \omega_1 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} \frac{|\omega| - \omega_c}{\omega_1}, & \omega_c - \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_c + \omega_1 \\ 0, & |\omega| \geq \omega_c + \omega_1 \end{cases}$$

Digitalni signali

Primjeri Nyquistovih sistema za prenos (Prvi Nyquistov kriterijum)

Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem

- Uobičajeno je da se za ovakve zaobljene karakteristike definiše *faktor zaobljenja* ("roll off") kao odnos ω_1 i ω_c .

$$\xi = \frac{\omega_1}{\omega_c}$$

- Kod sistema iz grupe Nyquistovih slučajeva ovaj faktor se kreće u granicama od 0 (idealni sistem) do 1 (maksimalno proširenje sistema, duplo veće od idealnog).
- Da bi se pronašao traženi odziv sistema čija amplitudska karakteristika ima kosinusoidalno zaobljenje na pobudu δ impulsom potrebno je u izrazu za odziv sistema uvrstiti karakteristiku $A_z(\omega)$, pa se konačno dobija:

$$y(t) = \frac{K}{T} \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} + \frac{2}{\pi} \sin \omega_c t \int_0^{\omega_1} K \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi \nu}{2} \frac{\nu}{\omega_1} \right) \sin \nu t d\nu$$

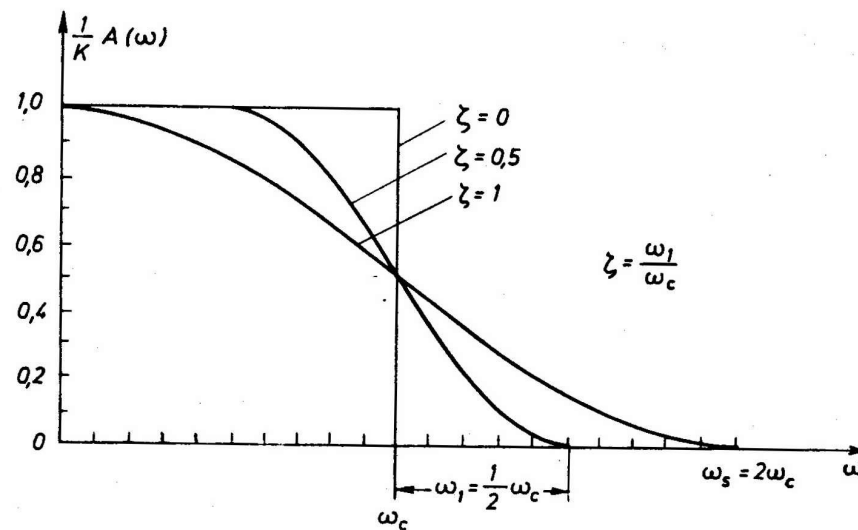
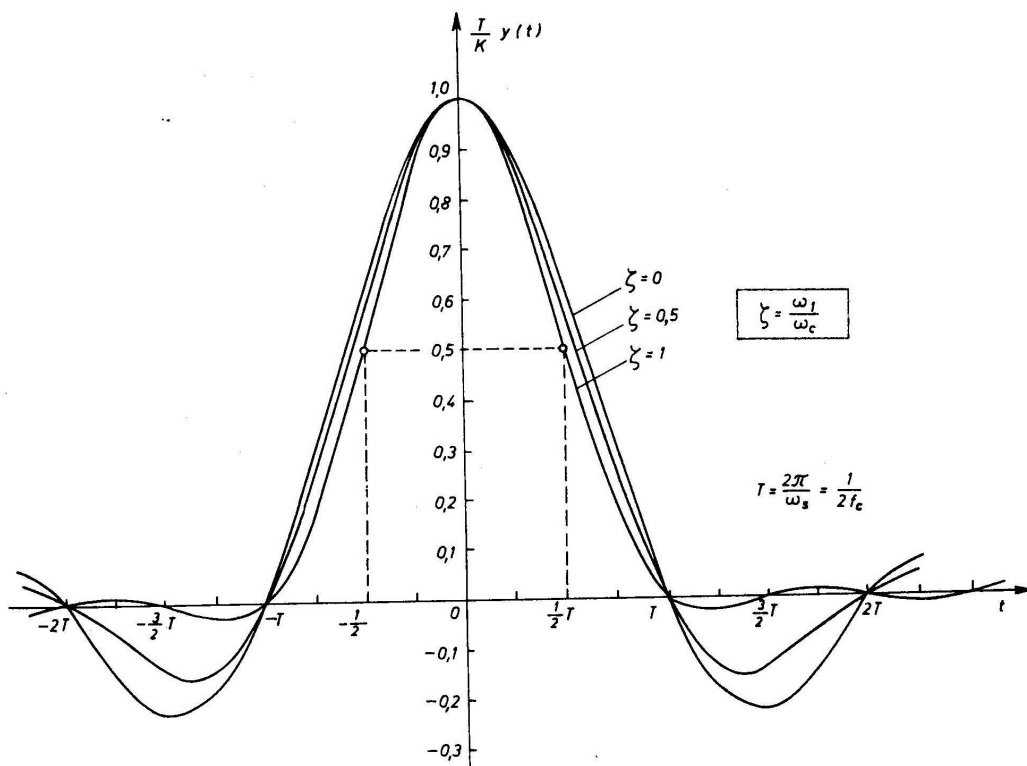
$$y(t) = \frac{K}{T} \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} \frac{\cos \omega_1 t}{1 - \left(\frac{2\omega_1 t}{\pi} \right)^2}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{1}{2f_c}$$

Digitalni signali

Primjeri Nyquistovih sistema za prenos (Prvi Nyquistov kriterijum)

Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem

- Za različite vrijednosti roll off faktora dobijaju se različiti oblici odziva.
- Neki od njih su prikazani na slici, i to: slučaj idealne amplitudske karakteristike za koji je faktor zaobljenja $\xi=0$, slučaj u kome je faktor zaobljenja $\xi=0,5$ i slučaj u kome je $\xi=1$. Prikazane su i odgovarajuće amplitudske karakteristike ovih sistema.



Digitalni signali

Primjeri Nyquistovih sistema za prenos (Prvi Nyquistov kriterijum)

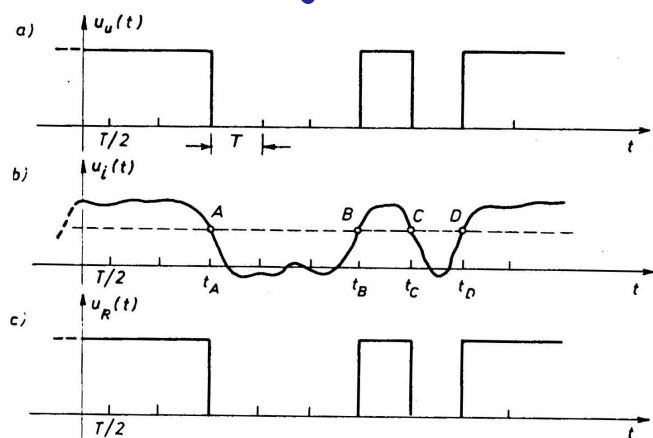
Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem

- ❑ Analizirajući impulsni odziv vidi se da se unošenjem zaobljenja u amplitudsku karakteristiku nije izmijenio ni položaj nula odziva u odnosu na odziv idealnog sistema, ni maksimalna vrijednost odziva $y(0)=y_0=K/T$. Znači, neće postojati ISI.
- ❑ S druge strane, uticaj zaobljenja je takav da je amplituda oscilacija u »repu« odziva utoliko manja ukoliko je faktor zaobljenja ξ bliži vrijednosti 1. To znači da ako i dođe do intersimbolske interferencije iz bilo kojih razloga, njen uticaj će biti manji ako postoji zaobljenje.
- ❑ Posebnu pažnju zaslužuje karakteristika čiji je faktor zaobljenja $\xi=1$ koja se zove "*podignuti kosinus*".
- ❑ Sa slike se vidi da su u tom slučaju amplitude oscilacija u odzivu ne samo smanjene već se u odzivu javljaju i dodatne nule u trenucima $\pm 3T/2$, $\pm 5T/2$, $\pm 7T/2$, ..., $(2n+1)T/2$, a u tačkama $\pm T/2$ relativna amplituda odziva iznosi 0,5.
- ❑ To ima poseban značaj i na to će biti dat osvrnuti kada bude riječi o Drugom Nyquistovom kriterijumu.

Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum

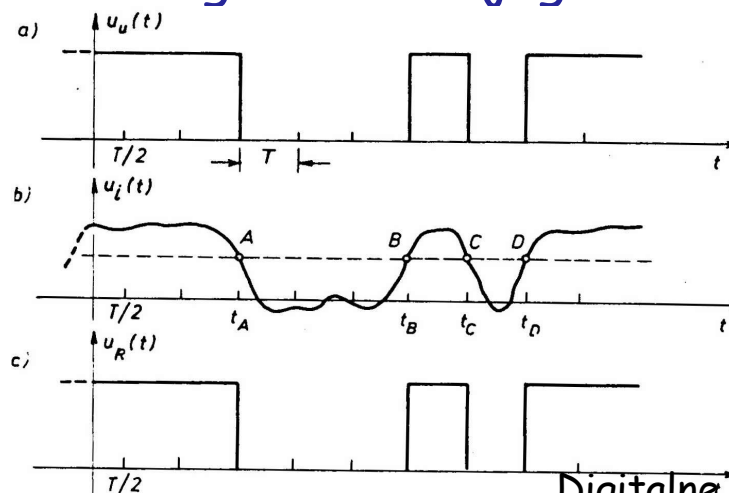
- Kako je moguće obezbijediti prenos u kome ne dolazi do izobličenja trajanja značajnih stanja signala?
- *"Kriterijum za savršen prenos je da interval između trenutaka kada struja prolazi kroz srednju vrijednost (ili neku drugu specificiranu vrijednost) treba biti isti kao i odgovarajući interval na strani predaje".*
- Kada je zadovoljen prvi Nyquistov kriterijum onda je sigurno da u trenucima koji se nalaze u sredini signalizacionih intervala primljenog signala ne postoji intersimbolska interferencija.
- Na taj način amplituda signala u ovim tačkama ne podliježe izobličenjima ove vrste.



Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum

- Poslati signal $u_u(t)$ koji ima dva značajna stanja izobliči se tokom prenosa.
- Neka na ulazu u sklop za odlučivanje on izgleda otprilike kao na slici b.
- Neka je prag odlučivanja u prijemniku postavljen na ispravno odabranu vrijednost označenu isprekidanom linijom.
- Ako u trenucima t_A , t_B , t_C i t_D ne postoji intersimbolska interferencija, prijemnik će donositi ispravne odluke o trajanju značajnih stanja signala i signal na njegovom izlazu $u_R(t)$ će izgledati kao na slici c.



Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum

- promjena značajnih stanja se smije odigravati samo na ivicama signalizacionih intervala
- drugi Nyquistov kriterijum biće uvijek zadovoljen ako standardni odziv $y(t)$ bude imao vrijednost $y_1/2$ u trenucima $t=\pm T/2$ i ako u svim ostalim trenucima koji su ravni pozitivnim i negativnim neparnim multiplima od $T/2$ bude jednak 0.
- Izrečeni stav obezbjeđuje da u svakoj od tačaka na ivicama signalizacionih intervala, amplituda složenog signala ima ili vrijednost 0, ili $y_1/2$, ili y_1 .
- Ako se prag odlučivanja u prijemniku postavi na vrijednost $y_1/2$, prijemnik će registrovati trenutke promjene u kojima se značajno stanje mijenja iz 0 u 1 i obratno.
- obavezno je da kompletan digitalni signal na prijemu unutar bilo kog svog signalizacionog intervala ne prolazi kroz vrijednost $y_1/2$ kako ne bi došlo do promjene odluke unutar samog intervala.
- treba dodati i onaj slučaj u kome bi signal duže vremena zadržavao vrijednost $y_1/2$, što bi dovelo do toga da se odluka ne može donijeti (neki oblici binarnih signala pokazuju ovaj efekat).

Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum

- Analitička formulacija u domenu vremena:

$$y\left[(2m-1)\frac{T}{2}\right] = \frac{y_1}{2}(\delta_{m0} + \delta_{m1}), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Analitička formulacija u domenu učestanosti:

$$y\left[(2m-1)\frac{T}{2}\right] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) e^{j\omega(2m-1)\frac{T}{2}} d\omega$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n Y[j(\omega + n\omega_s)] = y_1 \frac{2\pi}{\omega_s} \frac{1}{2} (e^{j\frac{\pi}{\omega_s}\omega} + e^{-j\frac{\pi}{\omega_s}\omega}), \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n Y[j(\omega + n\omega_s)] = y_1 T \cos \frac{\pi}{\omega_s} \omega, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

- Izvedena relacija predstavlja uslov koji treba da bude zadovoljen u sistemu za prenos pa da u trenucima u kojima se mijenja značajno stanje signala nema intersimbolske interferencije. tj., ovaj izraz iskazuje drugi Nyquistov kriterijum u frekvencijskom domenu

Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum

- Pretpostavi li se da se sistem pobuđuje standardnim signalom u obliku delta impulsa, $x(t)=\delta(t)$, onda će odziv $y(t)$ predstavljati impulsni odziv sistema, a njegova Fourierova transformacija $Y(j\omega)$ biće jednaka funkciji prenosa.

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) = H(j\omega) = A(\omega)e^{j\chi(\omega)}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n A(\omega + n\omega_s) \cos \chi(\omega + n\omega_s) = y_1 T \cos \frac{\pi}{\omega_s} \omega, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n A(\omega + n\omega_s) \sin \chi(\omega + n\omega_s) = 0, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

- Ovo su uslovi koje treba da zadovoljavaju realni i imaginarni dio funkcije prenosa sistema pa da bude zadovoljen drugi Nyquistov kriterijum, tj. da ne dođe do ISI.

Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum

- Prema tome, funkcija prenosa sistema koji zadovoljava drugi Nyquistov kriterijum se svodi na amplitudsku karakteristiku:

$$H(j\omega) = A(\omega) = \begin{cases} y_1 T \cos \frac{\pi}{\omega_s} \omega, & |\omega| \leq \frac{1}{2} \omega_s = \omega_c \\ 0, & |\omega| \geq \frac{1}{2} \omega_s = \omega_c \end{cases}$$

- Vidi se da, za razliku od sistema minimalnog propusnog opsega koji zadovoljava prvi Nyquistov kriterijum, sistem minimalnog propusnog opsega koji zadovoljava drugi Nyquistov kriterijum nije idealan, već se fizički može realizovati.

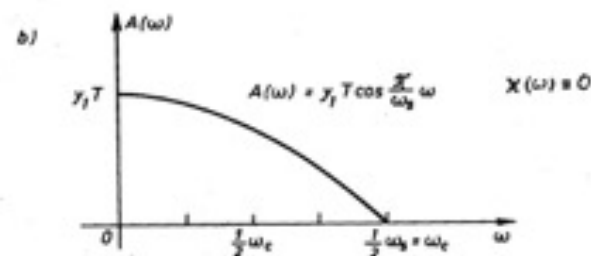
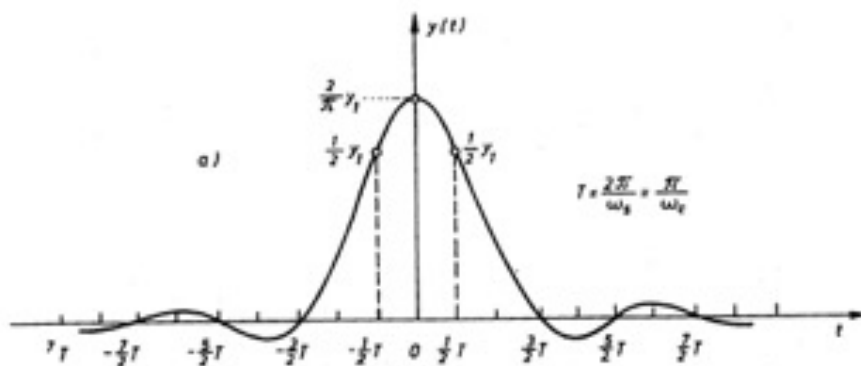
Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum

- Odziv ovog sistema na impulsnu pobudu će biti:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} y_1 T \cos \frac{\pi}{\omega_s} \omega \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

$$y(t) = \frac{2}{\pi} y_1 \frac{\cos \omega_c t}{1 - \left(\frac{2\omega_c t}{\pi}\right)^2}, \quad \omega_c = \frac{1}{2} \omega_s$$

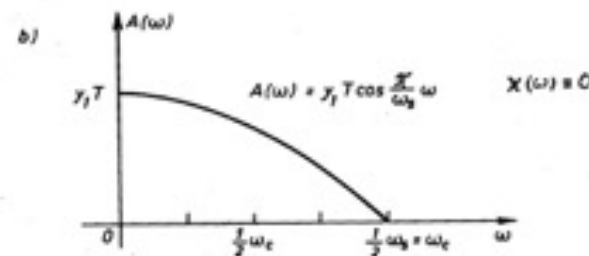
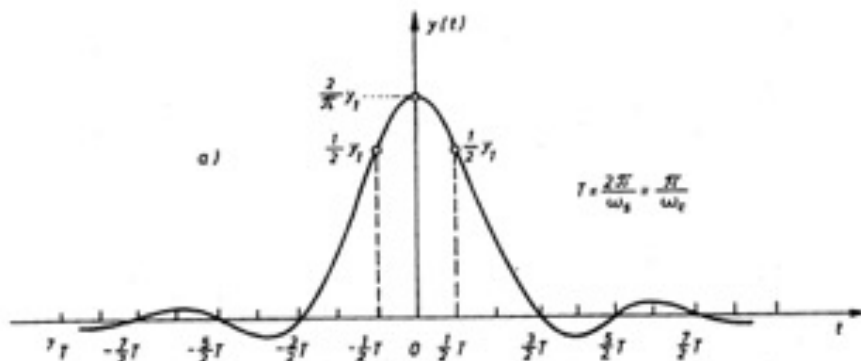


Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum

- Odziv ovog sistema na impulsnu pobudu će biti:

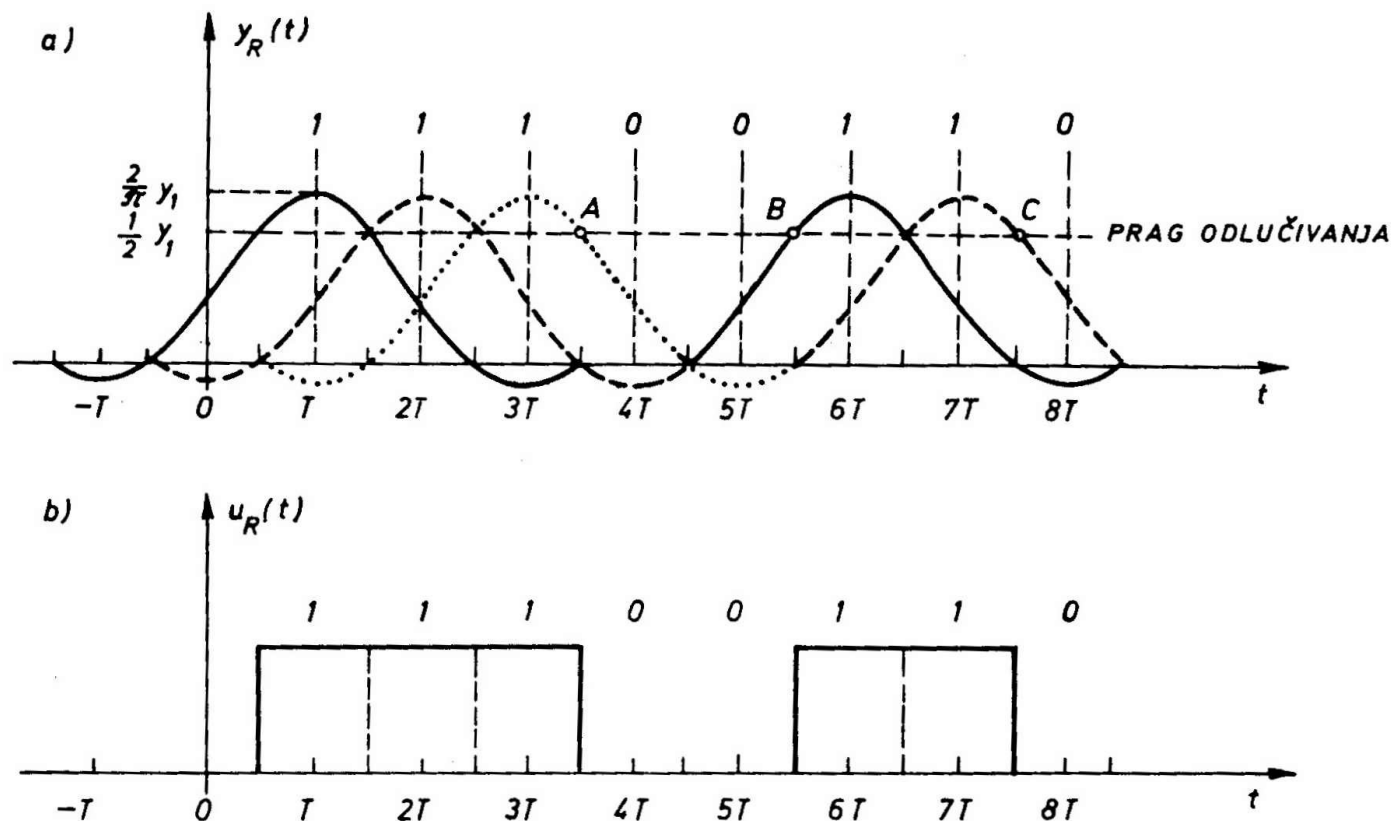
$$y(t) = \frac{2}{\pi} y_1 \frac{\cos \omega_c t}{1 - \left(\frac{2\omega_c t}{\pi}\right)^2}, \quad \omega_c = \frac{1}{2} \omega_s$$



- Kao što se vidi odziv $y(t)$ u tačkama $t = \pm T/2$ ima vrijednost $y_1/2$, a za sve pozitivne i negativne neparne multiple od $T/2$ ima vrijednost 0.
- Zahvaljujući ovakvom obliku standardnog odziva $y(t)$ u trenucima u kojima nastupa promjena značajnog stanja ne postoji intersimbolska interferencija, pa prema tome ni trajanja značajnih stanja signala nisu izobličena.

Digitalni signali

Drugi Nyquistovih kriterijum



- U tačkama A, B i C se mijenja značajno stanje signala i u tim trenucima ne postoji intersimbolska interferencija i vrijednost amplitude u njima iznosi $y_1/2$.
- Kako je ova vrijednost ravna pragu odlučivanja, to ni trajanje značajnih stanja za ovakav signal nisu izobličena.

Digitalni signali

Nyquistovi slučajevi (Drugi Nyquistovih kriterijum)

- Funkcije prenosu su oblika:

$$A(\omega) = \begin{cases} A(\omega), & |\omega| \leq \omega_g \\ 0, & |\omega| > \omega_g \end{cases} \quad \omega_c \leq \omega_g \leq 2\omega_c$$

- Opšti uslovi za realni i imaginarni dio karakteristike postaju oblika:

$$A(\omega) \cos \chi(\omega) - A(\omega - \omega_s) \cos \chi(\omega - \omega_s) = y_1 T \cos \frac{\pi}{\omega_s} \omega, \quad 0 \leq \omega \leq \frac{1}{2} \omega_s$$

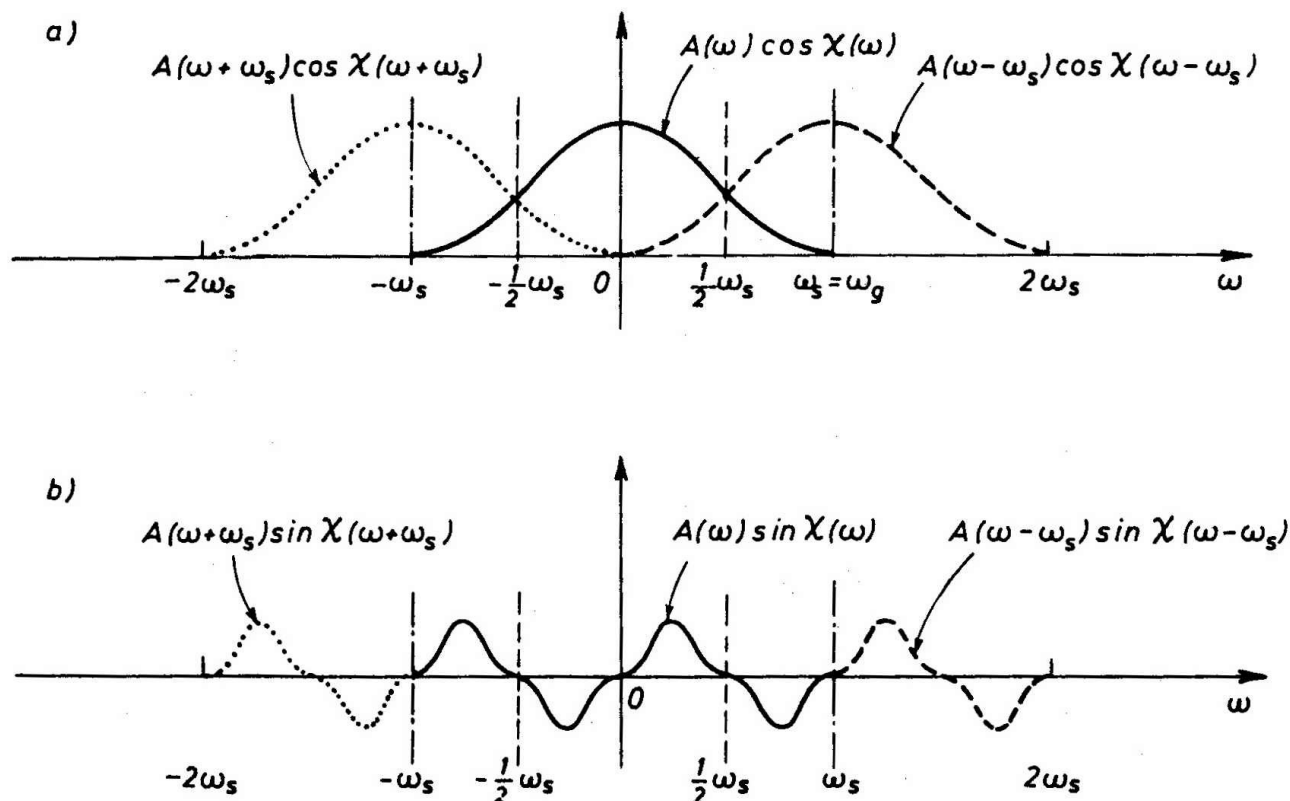
$$A(\omega) \sin \chi(\omega) - A(\omega - \omega_s) \sin \chi(\omega - \omega_s) = 0, \quad 0 \leq \omega \leq \frac{1}{2} \omega_s$$

- I kod drugog Nyquistovog kriterijuma postoji mogućnost da se proširi propusni opseg sistema.
- Ovdje to nije zbog mogućnosti fizičke realizacije (kao kod prvog Nyquistovog kriterijuma kod koga je sistem minimalnog propusnog opsega ujedno i idealni sistem) već zbog mogućnosti povećanja broja sistema koji zadovoljavaju drugi Nyquistov kriterijum.

Digitalni signali

Nyquistovi slučajevi (Drugi Nyquistovih kriterijum)

- Primjer funkcija prenosa koje spadaju u grupu Nyquistovih slučajeva po drugom Nyquistovom kriterijumu:

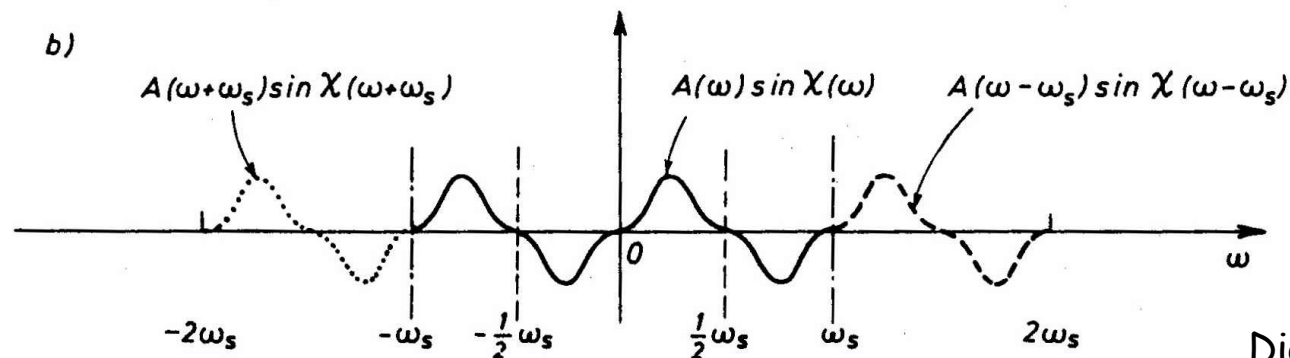
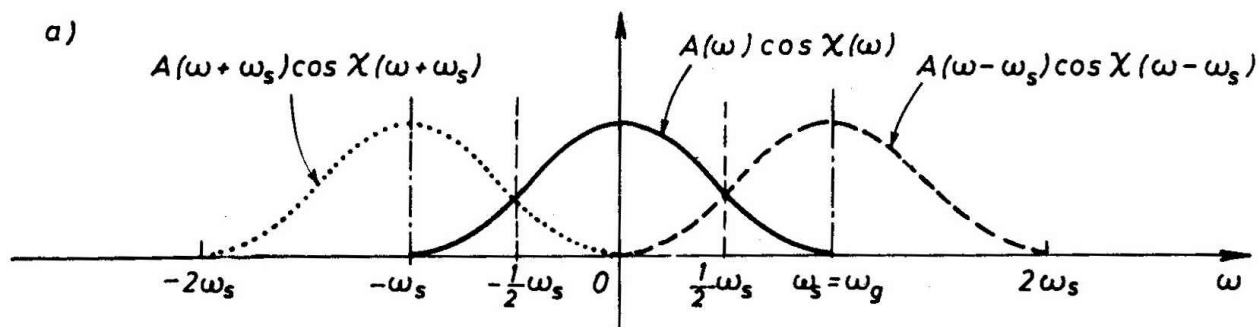


- I po drugom Nyquistovom kriterijumu se za funkcije prenosa koje spadaju u Nyquistove slučajeve definišu uslovi simetrije tako da kriterijum bude zadovoljen.

Digitalni signali

Nyquistovi slučajevi (Drugi Nyquistovih kriterijum)

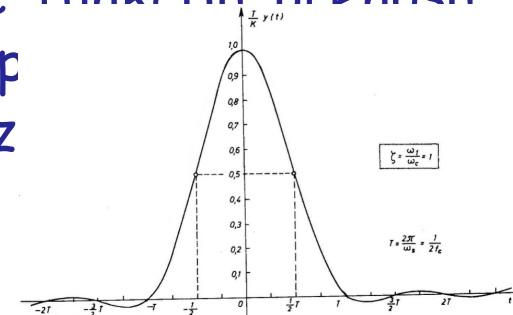
- On glasi: realnom dijelu karakteristike sistema sa minimalnim propusnim opsegom može da se superponira dodatak koji ima parnu simetriju u odnosu na pravu $\omega = \omega_s/2 = \omega_c$, a imaginarnom dijelu neparno simetrično zaobljenje u odnosu na tačku $\omega = \omega_s/2 = \omega_c$.



Digitalni signali

Nyquistovi slučajevi (Drugi Nyquistovih kriterijum)

- Jedna od funkcija koja zadovoljava ove uslove je funkcija prenosa "podignuti kosinus". Ona ima poseban značaj u p signalu iz tog razloga što ovakva funkcija prenosa zadovoljava drugi Nyquistov kriterijum.



- Podignuti kosinus

$$A(\omega) = K \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{\omega_s} \omega = \cos^2 \frac{\pi}{2\omega_s} \omega, & |\omega| \leq \omega_s \\ 0, & |\omega| > \omega_s \end{cases}$$

- Impulsni odziv

$$y(t) = \frac{K}{T} \frac{1}{1 - \left(\frac{2\omega_c t}{\pi}\right)^2} \frac{\sin 2\omega_c t}{2\omega_c t}, \quad \frac{K}{T} = y_0$$

Digitalni signali

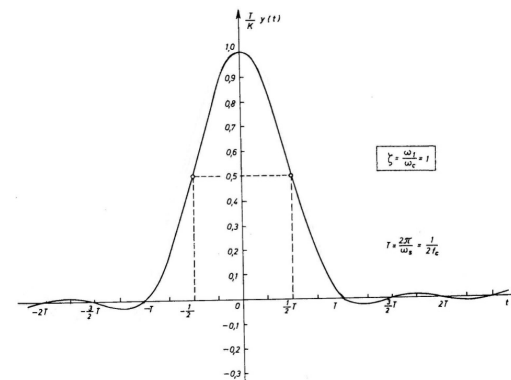
Nyquistovi slučajevi (Drugi Nyquistovih kriterijum)

□ Podignuti kosinus

$$A(\omega) = K \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{\omega_s} \omega = \cos^2 \frac{\pi}{2\omega_s} \omega, & |\omega| \leq \omega_s = 2\omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_s \end{cases}$$

□ Impulsni odziv

$$y(t) = \frac{K}{T} \frac{1}{1 - \left(\frac{2\omega_c t}{\pi}\right)^2} \frac{\sin 2\omega_c t}{2\omega_c t}, \quad \frac{K}{T} = y_0$$



- Ovdje je zadovoljen prvi Nyquistov kriterijum, tj. u trenutku $T=0$ funkcija ima maksimum a u trenucima nT je jednaka nuli.
- Isto tako, u trenucima $\pm T/2$ odziv ima polovinu svoje maksimalne vrijednosti, a u trenucima $(2n+1)T/2$ ima vrijednost nula, tj. zadovoljen je i drugi Nyquistov kriterijum.

Digitalni signali

Treći Nyquistovi kriterijum

- Kako je moguće izbjeći uticaj ISI kada se za značajan parametar signala izabere njegova površina u jednom signalizacionom intervalu?
- Površina predstavlja vrijednost signala i ona na prijemu može da se identifikuje prostom integracijom signala.
- Ako sa $p(mT)$ označimo pomenutu površinu u m -tom signalizacionom intervalu koji zahvata domen od $[(2m-1)T/2, (2m+1)T/2]$, onda se treći Nyquistov kriterijum može analitički formulisati na sledeći način:

$$p(mT) = \int_{(2m-1)\frac{T}{2}}^{(2m+1)\frac{T}{2}} y(t) dt = p_0 \delta_{m0}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Tj. površina koju omeđava signal u m -tom signalizacionom intervalu treba biti određena samo onim što je u tom signalizacionom intervalu bilo poslato.
- $y(t)$ predstavlja kao i do sada standardni odziv sistema na standardnu pobudu $x(t)$, a $\delta_{m,0}$ predstavlja Kroneckerovu deltu.

Digitalni signali

Opšti oblik standardnog signala

- ❑ Kako zadovoljiti Nyquistove kriterijume i onda kada standardni signal $x(t)$ nije delta impuls?
- ❑ Nyquistovi kriterijumi i uslovi koje oni zahtjevaju ostaće i dalje na snazi ako se učini da spektar standardnog signala na ulazu u sistem bude konstantan.
- ❑ To se može postići tako što će se ispred sistema prenosa kaskadno vezati mreža koja modifikuje spektar standardnog signala i koja ima funkciju prenosa $H_x(j\omega)=1/X(j\omega)$ tako da na njenom izlazu on bude kao i spektar delta impulsa, tj. konstantan.

Digitalni signali

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

- Neka se radi o prenosu u osnovnom opsegu učestanosti i neka na ulaz sistema dolazi standardni signal:

$$u_u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k x(t - kT)$$

- Odziv sistema na emitovani signal je:

$$u_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k y(t - kT)$$

- Pošto se signalu u toku prenosa superponira i šum, rezultirajući signal na ulazu sklopa za odlučivanje je:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k y(t - kT) + \eta(t)$$

Digitalni signali

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

- Neka se odbirci uzimaju u trenucima $t=nT$.

$$u(nT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k y(nT - kT) + \eta(nT)$$

- Ovaj n -ti odbirak može da se napiše i u obliku:

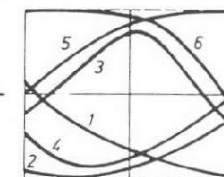
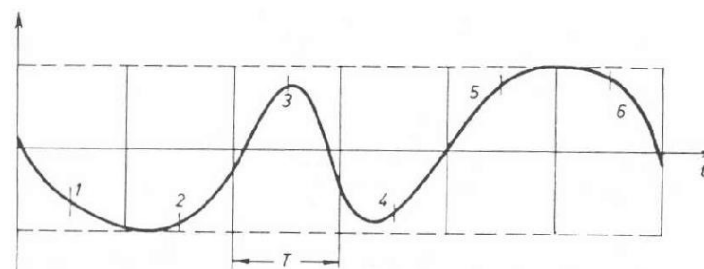
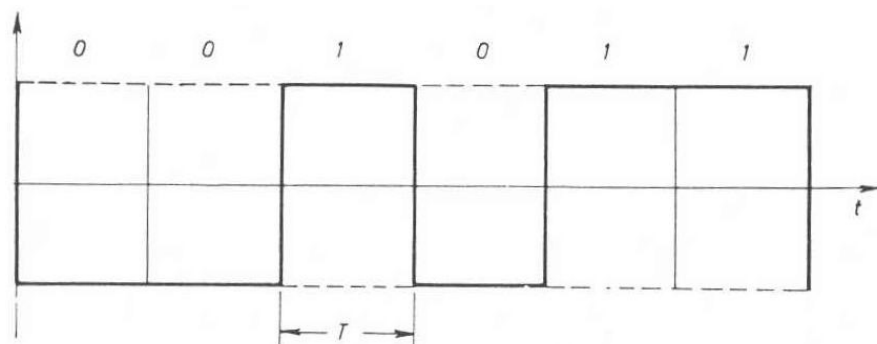
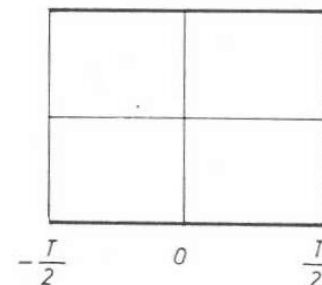
$$u_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k y_{n-k} + \eta_n = a_n y_0 + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} a_k y_{n-k} + \eta_n$$

- U slučaju da dio koji se ne odnosi na odbirak u n -tom intervalu nije jednak nuli postoji ISI.
- Analiza prisutne ISI se eksperimentalno može izvršiti na relativno jednostavan i efikasan način pomoću dijagrama oka.

Digitalni signali

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

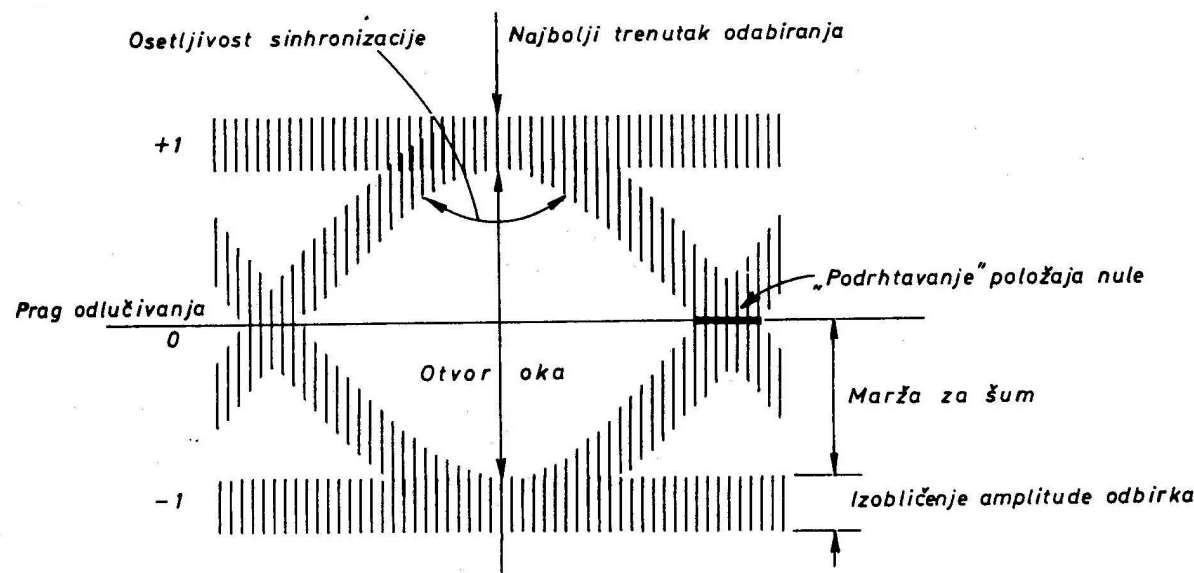
- Ako bi se ovakav signal doveo na ulaz osciloskopa čija je vremenska baza podešena trajanju jednog signalizacionog intervala T , onda bi se na njegovom ekranu dobio dijagram kao na slici.
- To su dvije deblje izvučene horizontalne linije nastale preklapanjem signala iz svih signalizacionih intervala.
- Međutim, na drugoj strani veze se nalazi izobličeni signal koji može da izgleda kao na slici, pa preklopljeni tragovi signala mogu sada da izgledaju drugačije:



Digitalni signali

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

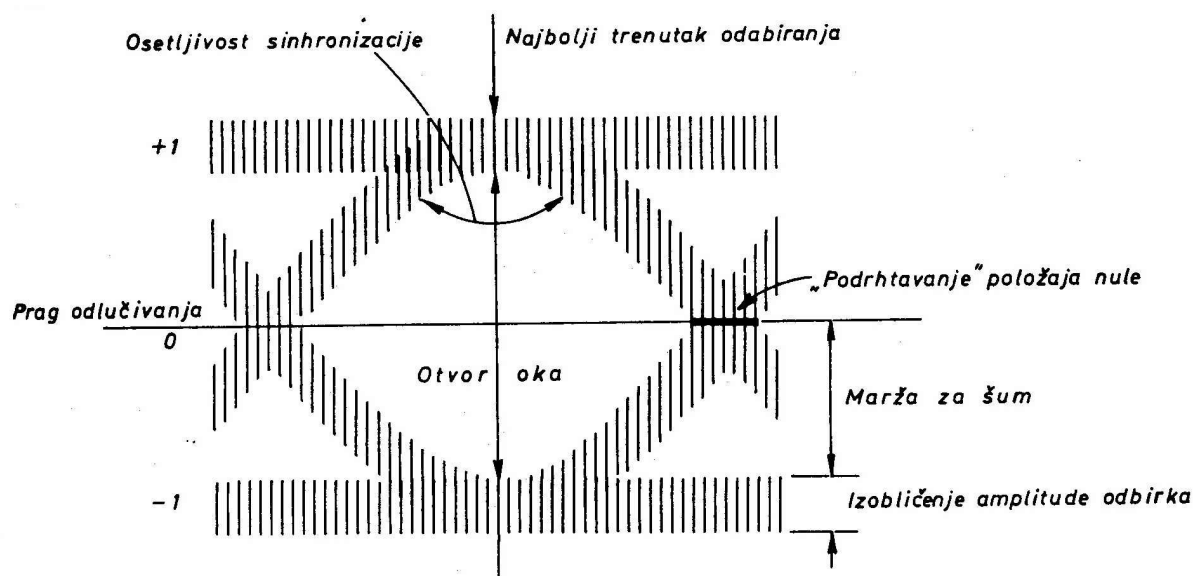
- dijelovi signala iz pojedinih signalizacionih intervala koji su preklapljeni jedan preko drugog daju dijagram oka. Naravno, ako se uzme dugačka povorka impulsa, mnoge linije će se preklopiti i obrazovaće se zadebljani tragovi. Oni su prikazani kao osjenčene površine na slici.



Digitalni signali

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

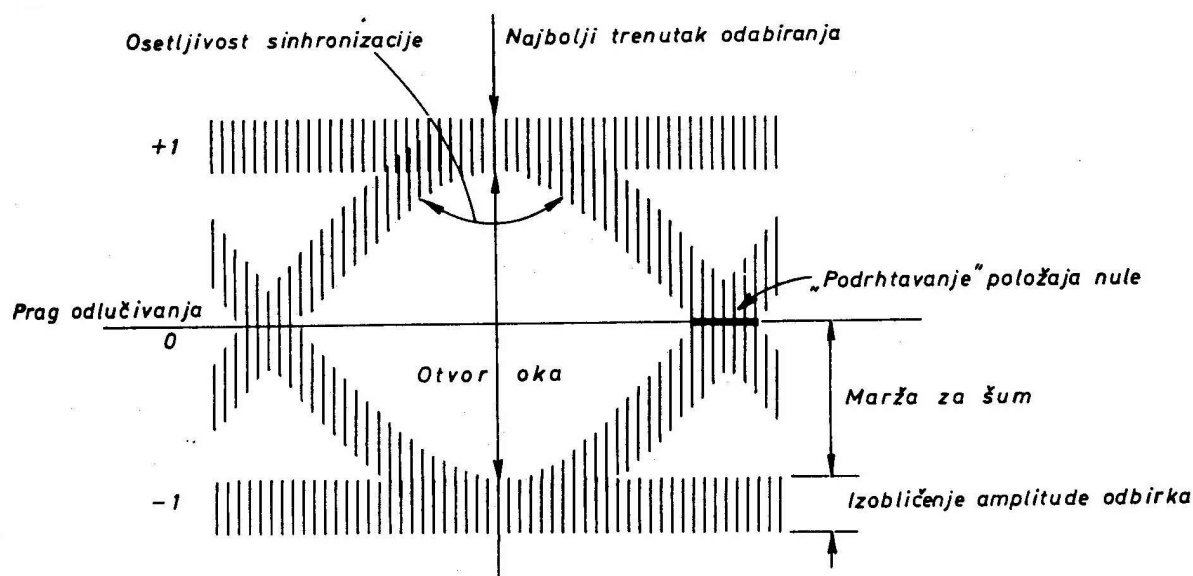
- ❑ Otvor oka govori o tome kolika je intersimbolska interferencija: što je otvor oka veći to je interferencija manja.
- ❑ Isto tako, širina otvora daje indicaciju o tome koliki je vremenski interval u kome je moguće izabrati trenutak odabiranja.
- ❑ Drugim riječima, ta širina govori o osjetljivosti sistema u pogledu tačnosti sinhronizacije: što je otvor širi, sistem je manje osjetljiv na grešku u sinhronizaciji. Najbolji trenutak odabiranja je tamo gdje je otvor oka najveći.



Digitalni signali

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

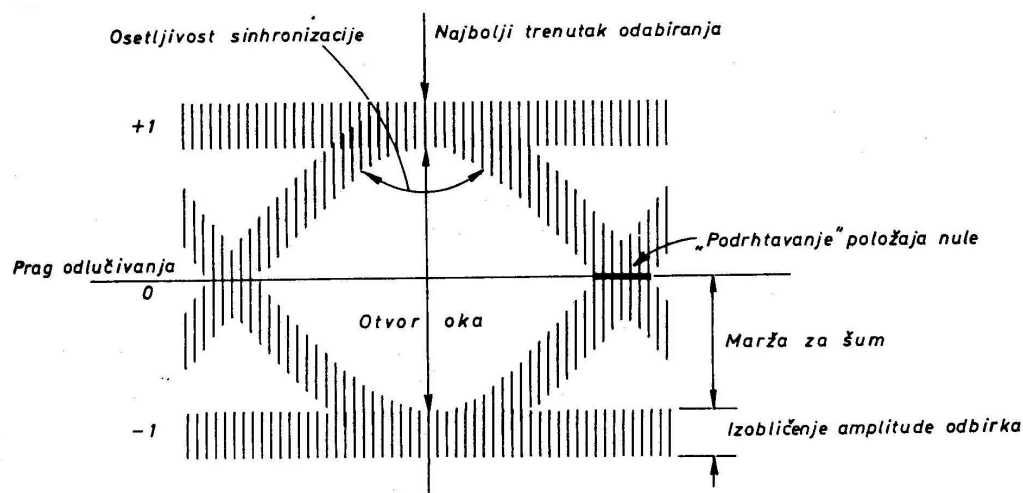
- Sa slike se vidi da položaji tačaka u kojima signal prolazi kroz nulu nisu na istom mjestu, već obrazuju jednu zonu.
- To je bitno jer se u mnogim sistemima referentni signal takta za prijemni odabirač uzima iz samog primljenog digitalnog signala baš na osnovu njegovih presjeka sa nultom osom.
- Kako usled intersimbolske interferencije položaj tih presjeka sa nulom varira, to se kaže da greška u prenosu u ovom slučaju potiče od podrhtavanja takta prijemnog odabirača.



Digitalni signali

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

- ❑ Debljina osjenčenih tragova govori o izobličenju amplitude odbiraka.
- ❑ Rastojanje od linije koja označava prag odlučivanja pa do najbliže ivice traga, do one koja se nalazi sa unutrašnje strane otvora oka, predstavlja maržu za šum u dotičnom trenutku odabiranja.
- ❑ Naime, dokle god je šum manji od ove vrijednosti, on i kad se superponira amplitudi odgovarajućeg odbirka, još uvijek ne utiče na ispravnost donesene odluke.
- ❑ Ovdje je bilo riječi o dijagramima oka za slučaj kad se oni snimaju pri prenosu binarnih signala. Isto tako je moguće snimati ove dijagrame i kada se radi o M-arnim signalima, samo se u tom slučaju dobija M-1 oblik oka jedan ispod drugog.

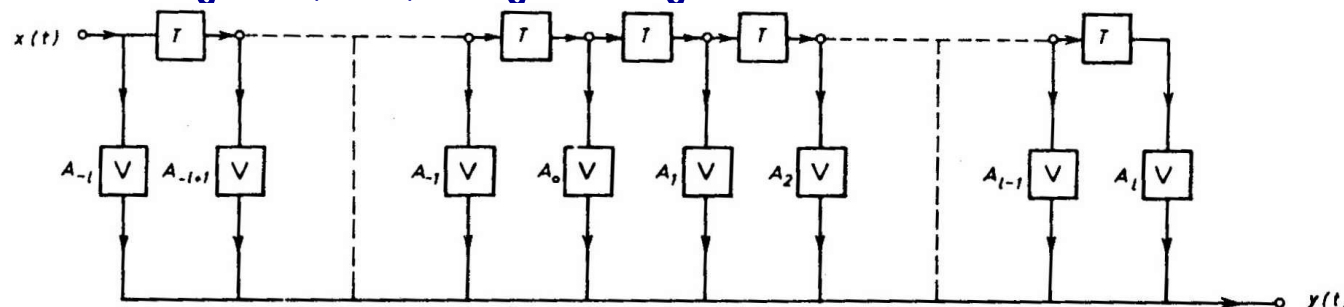


Digitalni signali

Problem korekcije i transferzalni filter

- ❑ Funkcija prenosa treba da zadovolji NK kako bi se izbjegla ISI
- ❑ NK nikada idealno ne mogu da se ostvare
- ❑ Nesavršenost u izgradnji filtera za oblikovanje impulsa, nepoznavanje tačnih karakteristika kanala, njihove varijacije u vremenu, ili, napokon, rad u sistemima sa komutacijom kanala gdje se često razlikuje kanal od kanala, čine da je gotovo uvijek neophodno da se vrši korekcija funkcije prenosa sistema.
- ❑ Neophodno je vršiti korekciju funkcije prenosa koja ima za cilj da se amplitudska i fazna karakteristika sistema u praktičnim uslovima mogu lako dovesti na onaj oblik koji zahtijevaju Nyquistovi kriterijumi, ili, koji im je bar toliko blizak da se i u tim realnim

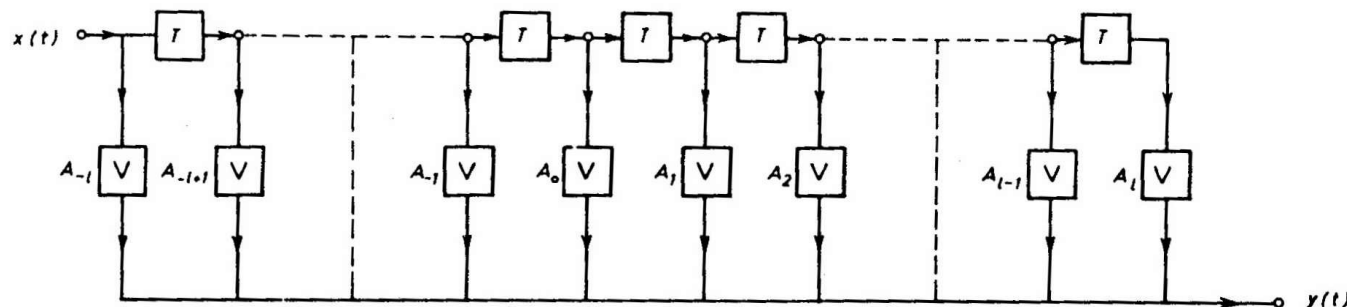
nože smatrati



Digitalni signali

Problem korekcije i transferzalni filter

- ❑ Korekcija se obavlja pomoću transferzalnog filtra čiju je konstrukciju dao je još 1940. godine Kallmann (Kallmann-ov filter).
- ❑ S obzirom na njegovu adaptabilnost on se koristi gotovo u svim sistemima za prenos podataka. On je relativno jednostavan.
- ❑ Transferzalni filter se sastoji od kaskadne veze četvoropola označenih sa T koji predstavljaju liniju za kašnjenje.
- ❑ T je trajanje signalizacionog intervala.
- ❑ Ukupno ima $(2A+1)$ ovakvih izvoda.



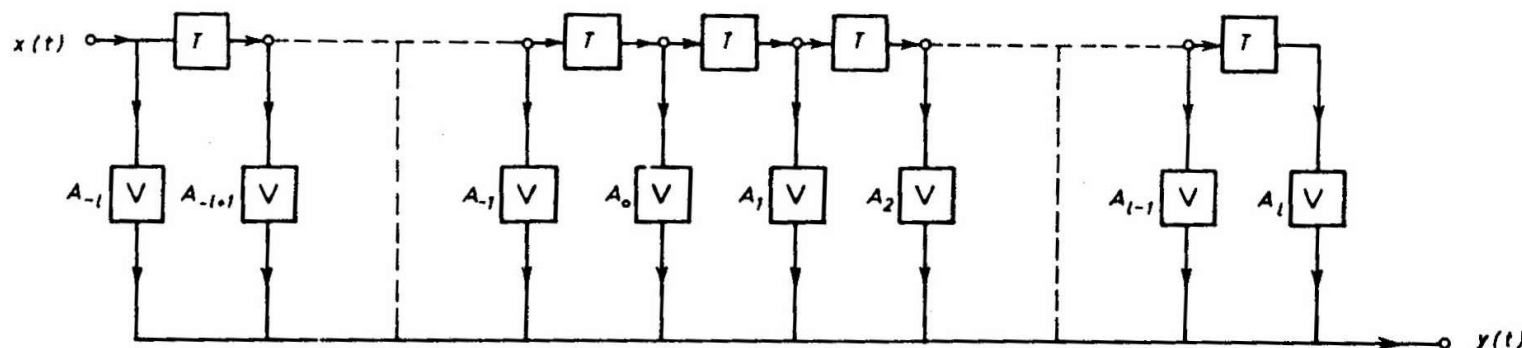
Digitalni signali

Problem korekcije i transferzalni filter

- ❑ Signal uzet sa svakog izvoda prolazi kroz njemu odgovarajući pojačavač.
- ❑ Pojačanja pojačavača $A_{-l}, A_{-l+1}, \dots, A_{-1}, A_0, A_1, A_2, \dots, A_l$ mogu da se podešavaju po iznosu i znaku (pojačanje može da bude manje od 1).
- ❑ Izlazni signali iz svih pojačavača se sabiraju i tako daju rezultatni izlazni signal.

$$y(t) = A_{-l}x(t) + A_{-l+1}x(t-T) + \dots + A_0x(t-lT) + \dots + A_lx(t-2lT) =$$

$$= \sum_{k=-l}^l A_k x[t - (k + l)T]$$



Digitalni signali

Problem korekcije i transferzalni filter

- Funkcija prenosa transferzalnog filtra je

$$H_K(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = e^{-jlT\omega} \sum_{k=-l}^l A_k e^{-jkT\omega} = e^{-jlT\omega} H_k(j\omega)$$

- Prvi faktor $e^{-jlT\omega}$ opisuje komponentu fazne funkcije koja linearno zavisi od učestanosti.
- Njom se unosi konstantno kašnjenje lT .
- Drugi faktor predstavlja periodičnu funkciju po ω čija je perioda $2\pi/T$.
- Prema tome, pogodnim izborom kašnjenja T , koeficijenata A_k i njihovim ukupnim brojem ($2l+1$), može se podešavati oblik funkcije $H_k(j\omega)$ u opsegu učestanosti $|f| \leq 1/2T$ koji odgovara jednoj njenoj periodi $2\pi/T$.
- Zato transversalni filter i može da obavi ulogu korektora.

Digitalni signali

Problem korekcije i transverzalni filter

- Ako sistem prenosa ima funkciju prenosa $H_s(j\omega)$, a prema Nyquistovom kriterijumu je potrebno da ona bude $H(j\omega)$, onda se kaskadnim vezivanjem transverzalnog filtra i sistema prenosa dolazi do relacije:

$$H_s(j\omega)H_K(j\omega) \cong e^{-jlT\omega}H(j\omega)$$

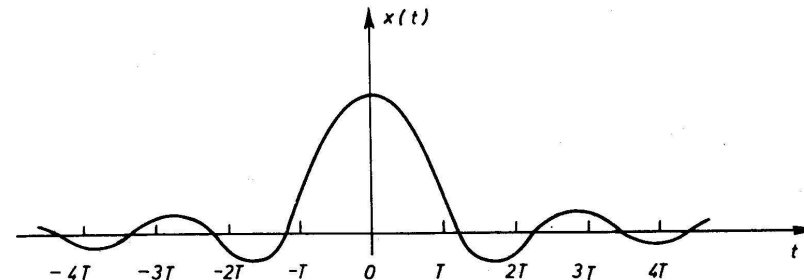
$$H_K(j\omega) = \sum_{k=-l}^l A_k e^{-jkT\omega} \cong \frac{H(j\omega)}{H_s(j\omega)} = F(j\omega)$$

- U gornjim relacijama stavljen je znak približnosti jer se radi o aproksimaciji. U stvari od funkcije $F(j\omega)$ se uzima dio koji se nalazi u intervalu $|\omega| \leq \pi/T$, od koga se pravi periodična funkcija.
- Njenim razvijanjem u Fourierov red dobija se izraz koji kada se izjednači sa sumom iz gornjeg izraza omogućava da se metodom identifikacije odrede koeficijenti A_k .
- Istovremeno, moći će se procijeniti koliko koeficijenata treba uzeti u obzir za željenu aproksimaciju (odrediće se broj l). Što je l veće biće i aproksimacija bolja.
- Prema tome, kada se pronađu koeficijenti A_k biće određeni pojačavači, a kad se odredi l znaće se i linija za kašnjenje, pa će i transverzalni filter u potpunosti biti određen.

Digitalni signali

Problem korekcije i transferzalni filter

- Neka je odziv toga sistema na digitalni signal koji je poslat u jednom signalizacionom intervalu čije je trajanje T kao na slici.
- Odmah se vidi da Prvi Nyquistov kriterijum nije ispunjen i da u tačkama odabiranja $t=mT$, gdje je $m=\pm 1, \pm 2, \dots$ postoji intersimbolska interferencija.



- Ako se datom sistemu prenosa kaskadno veže transverzalni filter i ako se sistem pobudi signalom $x(t)$, na izlazu se dobija se signal $y(t)$ u obliku:

$$\begin{aligned} y(t) &= A_{-l}x(t) + A_{-l+1}x(t-T) + \dots + A_0x(t-lT) + \dots + A_lx(t-2lT) = \\ &= \sum_{k=-l}^l A_k x[t - (k+l)T] \end{aligned}$$

Digitalni signali

Problem korekcije i transferzalni filter

- Prvi Nyquistov kriterijum će biti zadovoljen ako $y(t)$ zadovoljava uslov da je:

$$y[(m+l)T] = \begin{cases} y_0, & m = 0 \\ 0, & m = \pm 1, \pm 2, \pm \dots \end{cases}$$

- Međutim, ovaj uslov upotrebom transversalnog filtra ne može da se zadovolji u svim tačkama mT , već samo u onoliko tačaka koliko grana ima filter.

$$y[(k+l)T] = \begin{cases} y_0, & k = 0 \\ 0, & k = \pm 1, \pm 2, \pm \dots \pm l \end{cases}$$

- Ako se, sada, ovaj uslov uvrsti u opšti izraz za odziv sistema i za zadato $x(t)$ napiše za svako k , dobiće se $(2l+1)$ simultanih linearnih jednačina iz kojih se mogu pronaći svi koeficijenti A_k . Na taj način je osigurano da u $2l$ tačaka odabiranja odziv $y(t)$ ima vrijednost nula.

Ispitna pitanja

- ❑ Prenos bez ISI u realnim sistemima
- ❑ Prvi Nyquistov kriterijum
- ❑ Sistemi koji zadovoljavaju prvi Nyquistov kriterijum
 - Idealni sistem
 - Nyquistovi slučajevi
 - Funkcije prenosa sa kosinusoidalnim zaobljenjem
- ❑ Drugi Nyquistov kriterijum
- ❑ Opšti oblik standardnog signala
- ❑ Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka
- ❑ Transferzalni filter